

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN PREDMETA

Opće informacije		
<b>Naziv predmeta</b>	<b>Mjera i integral</b>	
<b>Studijski program</b>	Diplomski studij Diskretna matematika i primjene	
<b>Godina</b>	1	
<b>Status predmeta</b>	Obvezatan	
<b>Web stranica predmeta</b>	<a href="https://moodle.srce.hr/2022-2023/">https://moodle.srce.hr/2022-2023/</a>	
<b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b>	Da (uz odobrenje Odjelskog vijeća)	
<b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>	<b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>	6
	<b>Broj sati (P+V+S)</b>	30+30+0
<b>Nositelj predmeta</b>	<b>Ime i prezime</b>	<b>Izv. prof. dr.sc. Davor Dragičević</b>
	<b>Ured</b>	O-320
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	Ponedjeljak, 16:00-17:30
	<b>Telefon</b>	584-658
	<b>e-adresa</b>	ddragicevic@math.uniri.hr
<b>Suradnici na predmetu</b>	<b>Ime i prezime</b>	<b>Izv. prof. dr.sc. Davor Dragičević</b>
	<b>Ured</b>	
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	
	<b>Telefon</b>	
	<b>e-adresa</b>	

### 1. OPIS PREDMETA

#### 1.1. Ciljevi predmeta

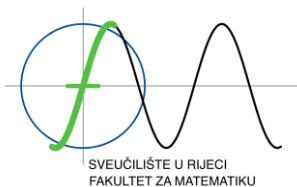
Osnovni cilj kolegija jest upoznati studente s osnovnim pojmovima teorije mjere i integrala. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- definirati mjeru i analizirati njena svojstva,
- opisati osnovne primjere prostora s mjerom
- definirati Lebesgueovu mjeru i analizirati njena svojstva
- definirati pojam izmjerive funkcije
- definirati integral funkcije na prostoru s mjerom i analizirati njegova svojstva
- dokazati Lebesgueov teorem o monotonij i dominiranoj konvergenciji te Fatouovu lemu
- opisati konstrukciju produktne mjere te dokazati Fubinijev teorem
- opisati pojmove apsolutne neprekidnosti i singularnosti mjere
- dokazati Radon-Nikodymov teorem • analizirati vezu između Riemannovog i Lebesgueovog integrala

#### 1.2. Korelativnost i korespondentnost predmeta

Nema uvjeta

#### 1.3. Očekivani ishodi učenja za predmet



Očekuje se da nakon odslušanog kolegija i položenog ispita studenti:

- budu osposobljeni za argumentiranu uporabu svojstava mjere i integrala (A7,B7,C7)
- poznaju neke primjere mjera s posebnim naglaskom na Lebesgueovu mjeru (A7,B7,C7)
- budu osposobljeni da argumentirano koriste teoreme o konvergenciji u rješavanju zadataka (A7,B7,C7,F7)
- budu osposobljeni za argumentiranu uporabu Fubinijevog teorema u rješavanju zadataka (A7,B7,C7,F7)
- poznaju pojmove apsolutne neprekidnosti i singularnosti mjere te odnose među njima (A7,B7,C7,F7)
- poznaju veze i razlike između Riemannovog i Lebesgueovog integrala (A7,B7,C7)
- mogu matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija (A7,B7,C7,F7)

#### 1.4. Okvirni sadržaj predmeta

Prsten, algebra,  $\sigma$ -algebra skupova. Borelovi skupovi. Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera. Teoremi o monotonij i dominiranoj konvergenciji, Fatouva lema. Produkt mjera. Fubinijev teorem. Apsolutna neprekidnost i singularnost mjera. Radon-Nikodymov teorem. Veza Riemannovog i Lebesgueovog integrala.

#### 1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja
- seminari i radionice
- vježbe
- e-učenje
- terenska nastava
- praktična nastava
- praktikumska nastava

- samostalni zadaci
- multimedija i mreža
- laboratorijski rad
- projektna nastava
- mentorski rad
- konzultativna nastava
- ostalo

#### 1.6. Komentari

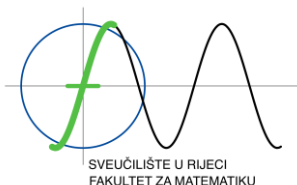
#### 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Svaki je student obavezan zadovoljiti uvjete za pristup završnom ispitu te položiti završni ispit iz ovog kolegija. Rad studenata prati se kontinuirano. Njihov rad se vrednuje i ocjenjuje tijekom nastave i na završnom ispitu. Ukupan broj bodova koji student može ostvariti tijekom nastave je 50. Završni ispit se boduje s maksimalno 50 bodova. Detaljna razrada načina praćenja i ocjenjivanja rada studenata bit će prikazana u poglavlju o sustavu ocjenjivanja.

## 2. SUSTAV OCJENJIVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu. Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 60 (ocjenjuju se opisane aktivnosti studenata: pisanje dva kolokvija od kojih svaki nosi najviše 30 bodova). Kroz sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 50% ocjenskih bodova da bi se moglo pristupiti ispitu. Također, student mora ispuniti minimalne uvjete za pristup ispitu. Na ispitu je moguće ostvariti maksimalno 50 bodova. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita. Ispit se polaže kao pisana provjera znanja ili kao usmena provjera znanja. Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz



oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

## 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	30
<b>UKUPNO:</b>	30
<b>OSTALI UVJETI:</b>	

## 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

## 3. LITERATURA

### 3.1. Obvezna literatura

1. Sibe Mardešić: Matematička analiza II, Školska knjiga, Zagreb, 1977
2. Donald L. Cohn: Measure theory, Birkhäuser Boston, 1994

### 3.2. Dodatna literatura

- P.Halmos: Measure theory, Springer-Verlag, New York, 1974
2. N.Antonić, M.Vrdoljak: Mjera i integral, PMF-Matematički odjel, Zagreb, 2001

## 4. DODATNE INFORMACIJE O PREDMETU

### 4.1. Pohađanje nastave

Studenti smiju izostati s najviše 30% predavanja i s najviše 30% vježbi te su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

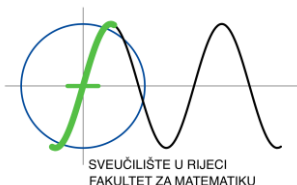
### 4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u okviru online kolegija. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

### 4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom



kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđega teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima! Uratke koje studenti budu slali putem sutava Merlin trebaju pripremiti prema uputi koju će dobiti na nastavi.

#### 4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe predmeta

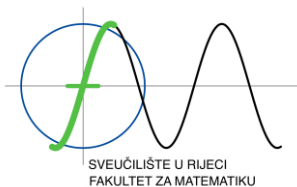
Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Odjela za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog predmeta. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog predmeta.

#### 4.5. Ispitni rokovi

<b>Zimski</b>	10.02.2023. u 10:00
	24.02.2023. u 10:00
<b>Izvanredni</b>	24.03.2023. u 14:00

### 5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE I ODRŽAVANJA KOLOKVIJA U AKADEMSKOJ GODINI 2018/2019.

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
3.10.2022.	14:15-16:00	P	Uvodno predavanje. Motivacija	Svi	O-355
5.10.2022.	10:15-12:00	P	Osnovni pojmovi: sigma algebra, mjera i izmjeriv prostor, osnovni primjeri.	Svi	O-355
10.10.2022.	14:15-16:00	V	Osnovni pojmovi: sigma algebra, mjera i izmjeriv prostor, osnovni primjeri.	Svi	O-355
12.10.2022.	10:15-12:00	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere I	Svi	O-355
17.10.2022.	14:15-16:00	V	Izmjerivi prostori	Svi	O-355
19.10.2022.	10:15-12:00	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere II	Svi	O-355
24.10.2022.	14:15-16:00	V	Konstrukcija mjera i primjeri	Svi	O-355
26.10.2022.	10:15-12:00	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere III	Svi	O-355
31.10.2022.	14:15-16:00	V	Lebesgueova mjera	Svi	O-355
2.11.2022.	10:15-12:00	P	Borelove mjere na R	Svi	O-355
7.11.2022.	14:15-16:00	V	Borelove mjere na R	Svi	O-355
9.11.2022.	10:15-12:00	P	Izmjerive funkcije	Svi	O-355
14.11.2022.	14:15-16:00	V	Izmjerive funkcije	Svi	O-355
16.11.2022.	10:15-12:00	P	Definicija Lebesgueovog integrala i osnovna svojstva. Veza Riemannovog i Lebesgueovog integrala.	Svi	O-355
21.11.2022.	14:15-16:00	V	Lebesgueov integral	Svi	O-355



23.11.2022.	10:15-12:00	P	Teoremi o monotonj i dominiranoj konvergenciji. Fatouova lema.	Svi	O-355
28.11.2022.	14:15-16:00	V	Teoremi o konvergenciji	Svi	O-355
30.11.2022.	10:15-12:00	P	<b>Kolokvij</b>	Svi	O-355
5.12.2022.	14:15-16:00	V	Lp prostori I	Svi	O-355
7.12.2022.	10:15-12:00	P	Lp prostori II	Svi	O-355
12.12.2022.	14:15-16:00	V	Lp prostori	Svi	O-355
14.12.2022.	10:15-12:00	P	Načini konvergencije funkcija i veze među njima	Svi	O-355
19.12.2022.	14:15-16:00	V	Načini konvergencije funkcija i veze među njima	Svi	O-355
21.12.2022.	10:15-12:00	P	Apsolutna neprekidnost i singularnost mjere.	Svi	O-355
9.1.2023.	14:15-16:00	V	Apsolutna neprekidnost i singularnost mjere.	Svi	O-355
11.1.2023.	10:15-12:00	P	Radon-Nikodymov teorem.	Svi	O-355
16.1.2023.	14:15-16:00	V	Radon-Nikodymov teorem.	Svi	O-355
18.1.2023.	10:15-12:00	P	<b>Kolokvij</b>	Svi	O-355
23.1.2023.	14:15-16:00	P	Prostor produktne mjere. Fubinijev teorem	Svi	O-355
25.1.2023.	10:15-12:00	V	Popravne aktivnosti	Svi	O-355

*Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.*

P – predavanja  
 AV – auditorne vježbe  
 VP – vježbe u praktikumu  
 MV – metodičke vježbe  
 S – seminari